



CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „PETRU MAIOR”
Colegiul „Petru Maior” Reghin
EDIȚIA a II-a, 9.04.2022
Clasa a XI-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Pentru fiecare problemă se acordă maxim 7 puncte.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Problema 1

Fie matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x \\ 0 & 2^x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$.

- a) Calculați suma $S = A(0) + A(1) + A(2) + \dots + A(2022)$.
- b) Arătați că $A(x) \cdot A(y) = A(x + y)$, $\forall x, y \in \mathbb{R}$
- c) Calculați produsul $P = A(-2022) \cdot A(-2021) \cdot \dots \cdot A(2021) \cdot A(2022)$
- d) Rezolvați ecuația matriceală $A(2) \cdot X = A(-2)$.

Problema 2

Se consideră determinantul $\Delta(x) = \begin{vmatrix} 2 & -x & x-1 \\ 1-x^2 & x^2 & -1 \\ 2-2x & x & x-2 \end{vmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$.

- a) Calculați $\Delta(-1)$
- b) Arătați că $\Delta(x) = x \cdot (x-1)^2$
- c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\Delta(\log_3 x) \leq 0$

Problema 3

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x}, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ x \cdot \sin \frac{1}{x} + m^2 - m, & x > 0 \end{cases}$, $m \in \mathbb{R}$

- a) Determinați valorile numărului real m pentru care funcția este continuă
- b) Determinați ecuația asimptotei la graficul funcției spre $-\infty$
- c) Demonstrați că funcția admite asimptotă la graficul funcției spre $+\infty$, pentru orice valoare a numărului real m

Problema 4

Calculați limitele:

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{x^3 + x^2 + x + 1} - x)$
- b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\ln(x^2 - 4x + 4)}{x^2 - 9}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2}$
- d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x\sqrt{x+1} (e^{\frac{1}{\sqrt{x}}} - e^{\frac{1}{\sqrt{x+1}}})$